

GUÍA DE EJERCICIOS # 4

MA – 1101

1.- Para la función $f(x) = \frac{1}{x-1}$, determine:

(a) $f(0)$ (b) $f(x^2)$ (c) $f(-a)$ (d) $f\left(\frac{1}{x^2}\right)$ (e) $f(\sqrt{x})$

2.- Para la función $f(x) = \frac{x+x^2}{\sqrt{x}}$, determine:

(a) $f(1)$ (b) $f(x^2)$ (c) $f(x+1)$ (d) $f\left(\frac{1}{2}\right)$ (e) $f(x^2+x)$

3.- Para la función $f(x) = x + \frac{1}{x}$, determine:

(a) $f(2)$ (b) $f\left(\frac{1}{x}\right)$ (c) $f\left(x - \frac{1}{x}\right)$ (d) $xf(x) - f(1)$

4.- Dada la función f definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 2x & \text{si } x < -1 \\ \llbracket x + 1 \rrbracket & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ -2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Determine $f(-1)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$, $f(2)$, $f(\pi)$.

5.- Para las funciones dadas a continuación, determine y simplifique la expresión $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$:

(a) $f(x) = 2x^2 - 1$ (b) $f(x) = \frac{3}{x-2}$ (c) $f(x) = \frac{x}{x+4}$ (d) $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$

6.- Determine el dominio de las siguientes funciones:

(a) $f(x) = \sqrt{x-5}$ (b) $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$ (c) $f(x) = 1 - \frac{1}{\llbracket x \rrbracket}$

(d) $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$ (e) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$ (f) $f(x) = \frac{x^3-3x^2-4x+12}{x^2-x-6}$

7.- A partir de la gráfica de funciones elementales, realice la gráfica de las siguientes funciones. Indique además su dominio y rango.

(a) $f(x) = -|x-1|$ (b) $f(x) = \llbracket x \rrbracket + 2$ (c) $f(x) = \sqrt{x+2}$

(d) $f(x) = x^2 - x - 2$ (e) $f(x) = |x^2 - x - 2|$ (f) $f(x) = \sqrt{x-1} + 1$

(g) $f(x) = -|x| + 1$ (h) $f(x) = \llbracket x + 1 \rrbracket$ (i) $f(x) = x^3 + 2$

(j) $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4 & \text{si } x \leq 1 \\ 3x & \text{si } x > 1 \end{cases}$ (k) $f(x) = \begin{cases} |x-2| & \text{si } -3 \leq x < 1 \\ 3 & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$

$$(l) f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x < -1 \\ \lfloor x \rfloor & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 - 1 & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad (m) f(x) = \begin{cases} |x + 2| & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x + 1} & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ x - 1 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

8.- Para $f(x) = x^2 + x$ y $g(x) = \frac{2}{x+3}$, determine cada uno de los siguientes valores:

(a) $(f - g)(2)$ (b) $\left(\frac{f}{g}\right)(1)$ (c) $(g \circ g)(3)$

(d) $(f \circ g)(1)$ (e) $(g \circ f)(1)$ (f) $(f \circ f)(-1)$

9.- Si $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ y $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$, determine $(g - f)(x)$ y $\left(\frac{g}{f}\right)(x)$ y sus respectivos dominios.

10.- Para los siguientes pares de funciones, determine $(f \circ g)(x)$ y $(g \circ f)(x)$ y sus respectivos dominios:

(a) $f(x) = \frac{1}{3x+1}$, $g(x) = \frac{2}{x^2}$ (b) $f(x) = \sqrt{2x-1}$, $g(x) = x^2 + 3$

(c) $f(x) = \frac{1}{x+1}$, $g(x) = x + 1$ (d) $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$, $g(x) = \frac{2}{x}$

11.- Para los siguientes pares de funciones, realice la gráfica de cada una de ellas y determine $(g \circ f)(x)$.

(a) $f(x) = \sqrt{x}$ y $g(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x > 2 \\ x - 2 & \text{si } 0 < x \leq 2 \end{cases}$

(b) $f(x) = 4 - |x|$ y $g(x) = \begin{cases} \sqrt{9-x} & \text{si } x \leq 0 \\ 1 - x^2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

(c) $f(x) = x^2 - 5$ y $g(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & \text{si } x < -1 \\ x + 3 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$

12.- Sean:

$$f(x) = \begin{cases} |x| & \text{si } x < 1 \\ 2x - 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \quad \text{y} \quad g(x) = \begin{cases} 2 - x^2 & \text{si } x < 0 \\ x + 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

(a) Realice el gráfico de ambas funciones.

(b) Determine $(f \circ g)(0)$, $(g \circ f)(1)$, $(f \circ f)(2)$ y $(g \circ g)(-1)$

13.- Sean $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$, $g(x) = \frac{1}{x}$ y $h(x) = -x$. Pruebe que:

$$(f \circ h)(x) = (g \circ f)(x)$$